



THE SIGNIFICANCE OF CURVATURE IN IDENTIFICATION ANALYSES OF HANDWRITING AND SIGNATURES

Janusz DZIECHCIARUK

Regional Court in Wrocław, Poland

Abstract

A fundamental aspect of the curvature of a graphic line – its relationship with speed of writing – is analysed. By applying the isochrony principle, this relationship is expressed in a mathematical formula, demonstrating another interesting use of the isochrony principle. The paper also demonstrates how this relationship can help in evaluating the quality of a graphic line. Some ideas are presented about new possibilities of research on biometric electronic signatures, concerning calculation of line quality along graphic strokes.

Keywords

Curvature of a graphic line; The isochrony principle; Handwriting motor control; Line quality; Electronic signature.

Received 27 May 2020; accepted 4 September 2020

Introduction

The curvature of a graphic line is one of the most important distinguishing properties of handwriting, and also one of the most difficult to describe (and measure). In the everyday practice of an expert analysing documents with questioned handwriting and signatures, one aspect of curvature requires particular attention – namely, the shape of an examined graphic character, or of a stroke in an illegible signature. In such cases, a visual (i.e., rather subjective) assessment of the nature of the studied curvatures is most often applied. Such an assessment, however, is not very precise and does not adequately encompass the whole, very complicated nature of the graphic line with curvatures changing at almost every point, which are difficult to describe using commonly known terms. To paraphrase descriptively: the curvature of a graphic line fully describes the shape of this line; each examined graphical character or any stroke in an illegible

signature is a kind of “macroscopic image” of the changes of curvature in these places.

This can be described in a different way using mathematical formulas. The curvature at a point P on a graphic line is a measure of the deviation of this line (called a curve in mathematics) from the tangent at point P; in other words it expresses the degree of its deviation from straightness. If a plane curve is defined by the equation $y = f(x)$, its curvature $C(x)$ at point x is calculated using the formula (Stroud, Dexter, 2016):

$$C(x) = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

As transpires from the above formula (1), in reality each graphic line drawn by us most often has a different curvature at its successive points (the only geometric figures with constant curvature are a straight line, which has a curvature equal to zero at each point and

a circle, whose curvature at each point is equal to the reciprocal of the radius).

Research by Lee et al. (2006) was aimed at determining the level of difficulty in imitating a model signature. After selecting 12 characteristic features in the signature, it was shown that the curvature of the graphic line was one of the most difficult to forge.

The aim of this article is to analyse another, more interesting – in the author’s opinion – aspect of curvature, concerning the (mutual) interaction between the curvature and the speed of execution (writing). The application of the isochrony principle will allow us to derive a mathematical formula which precisely describes the correlation between the speed of writing and the curvature of the handwriting, and will also provide a basis for proposing a quantitative method of assessing the quality of a graphic line.

The mutual interaction between the speed of writing and the curvature of a graphic line

The mutual interaction between the speed of writing and the curvature of the graphic line is observed practically every day during the writing process: straight lines or gentle large arcs are executed at a higher speed than short, more curved arcs. Lines executed at a fast, natural speed never contain a tremor or sudden angular breaks (Morris, 2000).

This phenomenon is also confirmed by the isochrony principle, which is one of the models of motor control of handwriting (Caligiuri, Mohammed, 2012). According to this principle, the speed of writing increases with the range (extent) of graphic movement (and hence when the curvature along a line decreases), so that both a longer graphic line and a shorter, more curved, line are executed approximately within the same time. As a consequence, the time of, for example, signing two signatures of different sizes is approximately constant. This principle applies both to individual fragments of handwriting (e.g. one word or a signature) and to individual letters (Mohammed, 2019). What is also very significant is that experimental studies have shown that the principle of isochrony does not hold true for signatures that bear traces of unnatural execution (Caligiuri, Mohammed, 2012).

In connection with the above, it seems interesting to apply the isochrony principle to determining the relationship between the speed (of writing) and the magnitude of curvature in the course of natural execution of a graphic line of handwriting (signature). To this end, the simplest example of two letters “o”: o_1 and o_2 in the shape of circles with respective radii R_1 and R_2

will be analysed. Each letter will be written by executing one complete circle, and so the distance for such a circle for letter o_1 will be $s_1 = 2\pi R_1$, and for letter o_2 : $s_2 = 2\pi R_2$. From elementary formulas concerning motion kinematics it transpires that

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \text{ and } t_2 = \frac{s_2}{v_2},$$

where t_1 and t_2 – are the times of execution (writing of o_1 and o_2 , v_1 and v_2 – the speed of execution of o_1 and o_2). And so, after substitution:

$$t_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}, t_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}.$$

As is also known from geometry, each circle is characterised by constant curvature C equal to the reciprocal of the radius, and thus:

$$R_1 = \frac{1}{C_1} \text{ and } R_2 = \frac{1}{C_2}$$

Substituting these values to the above formulas:

$$t_1 = \frac{2\pi}{v_1 C_1}, t_2 = \frac{2\pi}{v_2 C_2}.$$

In accordance with the isochrony principle (which also relates to individual letters), the time of writing of both letters: o_1 and o_2 is approximately constant: $t_1 \approx t_2$, and thus:

$$\frac{2\pi}{v_1 C_1} \approx \frac{2\pi}{v_2 C_2}$$

and finally after simplification: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2$.

Thus: by drawing two circles in a natural way (letters “o”) with radii R_1 and R_2 at respective speeds v_1 and v_2 , the following relationship is preserved: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2$, where C_1 and C_2 – are the curvatures of both circles

$$C_1 = \frac{1}{R_1} \text{ and } C_2 = \frac{1}{R_2}.$$

Looking now at a realistic case, in which a drawn graphic line is often characterised by a very complicated shape (which is impossible to describe with a single mathematical formula): such a line can, however, be divided into a finite number (N) of tiny fragments, each of which has a shape which can be approximately treated as a fragment of a circle. Thus when drawing such a graphic line, one can imagine “moving” along successive fragments of circles, differing from each other in terms of curvatures. And thus, in accordance with the above findings, for particular fragments of these circles (which are successive elements of the examined graphic line), the following relationships are fulfilled: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2 \approx v_3 C_3 \dots \approx v_N C_N$. Assuming that the number N of tiny fragments of the graphic line in the shape of circles will tend towards infinite, one can ultimately write:

$$v \times C \approx \text{const}, \quad (2)$$

where v and C are respectively: the speed of writing and the value of curvature at any point on the graphic line.

Formula (2) strictly defines the way the speed of writing (i.e. the property responsible for the dynamics of the handwriting) is correlated with the curvature (the property determining the shape, i.e. the image of the handwriting). As transpires from the formula, the speed of writing and the curvature in the handwriting and signatures executed in a natural way vary in approximately inverse proportion to each other. In other words, if the speed of writing on any given fragment of the graphic line doubles, then the curvature of the writing on this fragment will (approximately) halve.

Such a process of highly automated and precise execution of graphic movements can be explained on the basis of the theory of motor control of handwriting (Caligiuri, Mohammed, 2012; Mohammed, 2019). According to this theory, fully formed and developed handwriting (naturally and freely executed) is controlled by the motor program, which is believed to be located within the interconnections of cortical and subcortical brain structures. Such a program can be defined as a set of commands directed to our muscles, with its structure shaped and ready to operate before the movement itself is begun, and thus a whole sequence of movement does not require full sensory control by the nervous system. Thus, the fundamental aim of the motor program is to save our energy by limiting some functions of the nervous system (in particular, the memory system) when executing complex graphic movements.

Since, as is known, the isochrony principle underlies one of the models of motor control, it can also be stated that the relationship $v \times C \approx \text{const}$ (which was derived using this principle) presents in mathematical form the implementation of a motor program for handwriting executed in a natural way, and thus in the course of drawing any graphic line, the speed of drawing at its successive points varies (automatically, i.e., unconsciously) approximately inversely proportionally to the curvature of the handwriting.

Therefore, since formula (2) is a sort of mathematical formula, according to which the process of handwriting execution is carried out, controlled by the brain using a motor program, it seems interesting to decipher the meaning or to interpret the product of $v \times C$. As transpires directly from formula (2), for handwriting executed in a free, natural way, this product is approximately constant. At the same time, the expert's experience indicates that handwriting ex-

ecuted in a free and natural way is characterized by stable quality of the graphic line. It therefore seems reasonable to consider the issue of whether the product of $v \times C$ can be taken into account as a quantitative (measuring) indicator of graphic line quality.

According to the definition of graphic line quality accepted in the community of expert document examiners, this property is most often referred to as the degree of regularity (smoothness) of the graphic line, which is fundamentally influenced by dynamic factors of the writing, i.e. the speed of execution and the pressure of the writing tool on the surface (Huber, Headrick, 1999; Kelly, Lindblom, 2006). It is clearly visible in this definition that there is no reference to the factor of the shape (curvature) of the handwriting, which is one of the significant elements of the product of $v \times C$ in formula (2).

However, at this point we should consider whether it can actually be agreed that only dynamic factors, i.e., above all, the speed of writing, have a fundamental influence on the quality of the graphic line. The relationship (2), which, admittedly, was derived in a theoretical way – but the starting point here was the principle of isochrony, which has been confirmed in an experimental way – strictly defines the way in which the speed of writing and the curvature of writing interact with each other. It follows from this principle, as mentioned earlier, that each change in the speed of writing is accompanied by an appropriate (defined by the formula $v \times C \approx \text{const}$) change in curvature and vice versa. In other words, if we want to suddenly increase the speed of writing, we must at the same time reduce the curvature of the drawn arc; and *vice versa*, if, when executing any given graphic construction, we have to suddenly increase the curvature of an arc, this involves a sharp reduction in the speed of execution.

Therefore it is worth emphasizing again that the speed of writing and curvature are properties of handwriting which interact with each other at each moment of executing a graphic line, and thus analysing them independently of each other makes this analysis not entirely credible; so, when defining the quality of a graphic line, it is necessary to take into account both the dynamic factor, i.e., the speed of executing the handwriting, and the shape factor, i.e., the curvature of the handwriting – which is inseparably linked with it (through constant mutual interaction).

Taking into account the above deliberations, we could at this point propose a somewhat different definition of the quality of a graphic line, namely to present it as a measure of fluency (smoothness) of handwriting, being the result of mutual interaction between the speed of execution and the curvature of the writing

along the whole length of the graphic line. On the other hand, the product of $v \times C$ in formula (2) is in essence a quantitative (measuring) indicator describing the level of quality of the graphic line. And thus:

$$Q = v \times C, \quad (3)$$

where: Q – the quality level of the graphic line, v – the speed of executing the handwriting, C – the curvature of the graphic line.

Discussion and final comments

Formula (3), which can also be regarded as a mathematical definition of the level of quality of the graphic line, provides a basis for considering the possibility of carrying out measurement analyses of this very important property of handwriting, which is very often analysed from the point of view of assessing the fluency, and, in particular, the authenticity (naturalness) of handwriting and signatures (Morris, 2000; Kelly, Lindblom, 2006). So far a number of studies of this kind have been undertaken; however, they have focused on measurements of dynamic properties of handwriting (undoubtedly based on the universally accepted definition of the quality of a graphic line), i.e. the speed of execution, acceleration and pressure of the writing tool on the surface (Ostrum, Tanaka, 2006; Mohammed, 2019), whilst omitting a second significant aspect that has an influence on the quality of the graphic line, namely measurement of the curvature of the handwriting.

It seems that in practice the best way to carry out a quantitative (measuring) assessment of the quality of a graphic line is to construct a function, $Q(t) = v \times C(t)$, which would enable analysis of the value of the product of $v \times C$ in the course of executing the studied graphic line, with the values of the speed of writing and curvature being measured at successive points along the line (corresponding to successive moments in time). Such measurements have already been carried out for a long time using tablets working together with an appropriately programmed computer (Harralson, 2013). In “our” (suggested here) case, the function $Q(t)$ would surely have been determined by a process of interpolation of values of the product of $v \times C$ calculated for a finite number of points on the examined graphic line (it is possible that it would constitute a certain challenge to develop a separate computer programme calculating the curvature at individual points on the graphic line, for example based on formula (1)).

In this way, the constructed function $Q(t)$ (representing the variation of the product of $v \times C$ in the

course of drawing a graphic line), applied to studying any fragment of handwriting (signature), gives the most objective information (because it is expressed numerically) on the quality of the graphic line of this handwriting. So, if, for example, the graph of the function $Q(t)$ is shaped similarly to a horizontal line, this means that the fragment of the analysed sample of handwriting was executed with a stable quality of graphic line (and thus in a natural way); if, however, in the discussed graph of the function $Q(t)$ there are sudden breaks, they are a sign of distorted writing (due to either voluntary factors, e.g., disguise or simulation or involuntary factors, e.g., physical condition of the writer).

The idea proposed above of applying quantitative assessment of the quality of the graphic line to individual points of a signature may seem, at initial evaluation, inconsistent with the principle of isochrony, which, after all, was the starting point for the deliberations carried out here, culminating in derivation of formula (2) and defining of the quality level of the graphic line (represented by the function $Q(t)$). And so, in the literature, one can often encounter assertion that according to the isochrony principle the average velocity with which the writing is executed increases as a function of its size, so that execution time is less dependent on size (Mohammed, 2019). However, the above statement does not contain any detailed information on the way, and in particular the range, of averaging of the speed of writing. Important information on this subject can be gained by familiarisation with the research methodology applied in the course of experimental work carried out with the aim of confirming the hypothesis that the isochrony principle does not hold true in relation to signatures that bear traces of unnatural execution. A fundamental factor that was taken into account when assessing the degree to which the isochrony principle held true in relation to the studied signatures was the so-called correlation coefficient, determining the relationship between stroke size and average stroke velocity (Caligiuri, Mohammed, 2012). Thus, the method of averaging writing speed applied in the above experiments concerns individual graphic movements (strokes) [which of course most often differ in length] rather than consistently conducted systematic measurements relating to strictly defined fragments (i.e. of the same graphic line lengths) of the signature; this approach, it seems, resulted from technical conditions (and in particular the necessity of effective interpretation of the huge amounts of analysed data).

It is also worth noting that although the relationship $v \times C \approx \text{const}$, which constituted the basis for

the formulation of the mathematical definition of the quality level of the graphic line, was derived using the principle of isochrony, another important step here was proposing an appropriate geometric model enabling treating any real graphic line as an infinite collection of fragments of circles connected to each other. When obtained in this way, the above relationship gives the isochrony principle a much more enriched and interesting meaning, since it presents it in a clear mathematical form, which precisely defines how the two fundamental properties of writing, i.e., speed of writing and curvature, are correlated with each other, and by the same token makes it possible to relate a quantitative assessment of graphic line quality to individual points in writing (signature). Naturally, in the course of possible experimental works aimed at practical verification of the method proposed here of assessment of graphic line quality, the application of various mathematical methods of averaging the measured values (for example, the speed of writing) is very likely, but it will probably depend on the applied research methodology, and also the need to successfully interpret the analysed data (as in the above mentioned experiments of Caligiuri and Mohammed concerning the principle of isochrony).

As regards the application of the method outlined above of quantitative analysis of the quality of the graphic line, it seems most obvious to use it for the examination of electronic biometric signatures. The methods currently applied in this field are fundamentally based on analysis of the dynamic properties of signatures, and so, above all, the speed of writing and acceleration, and pressure or frequency of lifting of the writing instrument from the surface (Harralson, 2013). As is known, these properties are often taken into account when detecting signatures that have been forged using the simulation method, which are usually characterised by a longer time of writing (linked of course with a slower speed). In such cases – which are not too complicated – the above methods, in combination with a general assessment of the image of the examined signature, usually give satisfactory results.

However, if we are dealing with disguised signatures and, in particular, for example, with so-called autosimulation, where a deliberate change in writing has been made, the situation becomes somewhat more complicated. In such a case, the person deliberately modifies his/her signature to make it appear to be a simulation. In order to ensure the success of an attempt at autosimulation, the perpetrator must have appropriate knowledge of his/her own characteristic features in the signature, and then – consciously change them in such a way that they appear to have

been copied by a forger. The most typical features of such signatures include: reduced writing speed, misspelling and increased pressure of the writing tool on the surface. What is also very characteristic – these signatures very often contain features that are shared by genuine, disguised, and forged ones (Mohammed, 2019). In such cases (universally considered by document experts as amongst the hardest to solve), it is important to separate out – in the questioned signature – those natural elements of handwriting which its executor has not managed to disguise. Examining only dynamic properties, as already mentioned, is not a fully reliable method of assessment of the quality of a graphic line (and by the same token, the naturalness of writing). On the other hand, a real time analysis of the mutual interaction between the speed of execution and the curvature along a graphic line (which is made possible by the $Q(t)$ function) may in the discussed case give a guarantee of a precise distinction between those fragments of the signature which were executed in a natural way and distorted fragments, as well as enabling an assessment of the degree and type of these distortions.

What is also very important is that the method proposed here of examining electronic signatures does not require an additional analysis of the image of the examined signature. As is known, the forger, wanting his/her attempt at forging a signature to be maximally effective, must during the attempt master the writing habits of the author of the authentic signature and at the same time get rid of his/her own habits. In practice, s/he most often faces a difficult dilemma – whether to faithfully reproduce the image of the genuine signature (which s/he tries to simulate), while sacrificing speed of execution somewhat, or to try to execute the signature as naturally and freely as possible but at the same time inaccurately reproducing its design (Kelly, Lindblom, 2006). Thus in the latter situation, where the speed of execution (and as a result the time of execution) of the falsified signature is close to that of the authentic one, additional comparative analysis of the image of the questioned signature with comparative signatures is essential for drawing up a correct expert opinion. Meanwhile, application of the $Q(t)$ function when studying an electronic signature ensures simultaneous analysis of both the dynamics of the signature (i.e., the speed of execution) and of the image (i.e., the curvature of the writing). Thus the whole analysis of a signature boils down to the assessment of just one mathematical value, the product of $v \times C$, varying along the drawn graphic line. Of course, there remains the issue of “learning” such a method of mathematical (and thus devoid of any subjective traits) interpre-

tation of function $Q(t)$, in order that it constitutes an effective tool for distinguishing between handwriting originating from various people.

The concept of measurement analyses of handwriting (signatures) presented above may come as a certain surprise, especially for experts dealing on an everyday basis with classical identification analyses of handwriting executed on various types of (usually paper) surfaces. It is known, however, that during analysis of handwriting, the expert is interested both in the whole dynamic process linked with that activity and the final product in the form of a record on a defined surface. Of course, an expert analysing so-called “static” handwriting is able to draw certain conclusions about the dynamics of writing (by studying, for example, the quality of the graphic line, the presence of angular elements or a tremor, the way of beginning and ending characters, pen pressure between upstrokes and downstrokes, or else the distribution of the covering material [ink] within the graphic line); however, s/he does not have the possibility to precisely measure the speed of execution, which is constantly changing along the graphic line of the handwriting. Furthermore, this expert (as already mentioned in the introduction to this article) is not able to accurately describe (or rather calculate) the changing curvature in particular graphic elements of the analysed writing. Thus, one can see how much information that is significant in the identification of handwriting and signatures remains inaccessible in the case of analysis of “static” handwriting. However, applying the function $Q(t)$ as a method of measuring the quality of the graphic line when examining electronic signatures gives a guarantee of a full mathematical assessment of the writing, both in terms of dynamic properties and the image of the analysed signature.

The author of this paper expresses the hope that the deliberations and comments presented here have shown in a convincing way that a condition for making significant progress in the field of measurement analyses of handwriting and signatures is to take into account the mutual interaction of two fundamental properties of handwriting, i.e., speed of execution and curvature of handwriting.

References

1. Caligiuri, M. P., Mohammed, L. A. (2012). *The neuroscience of handwriting*. Boca Raton, London, New York: CRC Press.
2. Harralson, H. H. (2013). *Developments in handwriting and signature identification in the digital age*. Amsterdam, Boston, Heidelberg, London, New York, Oxford, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sydney, Tokyo: Anderson Publishing.
3. Huber, R. A., Headrick, A. M. (1999). *Handwriting identification: Facts and Fundamentals*. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC.
4. Kelly, J. S., Lindblom, B. S. (2006). *Scientific Examination of Questioned Documents*. 2nd edition. Boca Raton, London, New York: CRC.
5. Lee, G. K., Yap, B. S., Yang C. J., Lee, L. T., Tan, S. K., Tan, K. P. (2006). A study on the levels of difficulty in the simulation of individual characteristics in a signature. *Journal of the American Society of Questioned Document Examiners*, 9(1), 29–36.
6. Mohammed, L. A. (2019). *Forensic examination of signatures*. London, San Diego, Cambridge, Oxford: Academic Press.
7. Morris, R. N. (2000). *Forensic handwriting identification Fundamental concepts and principles*. San Diego, San Francisco, New York, Boston, London, Sydney, Tokyo: Academic Press.
8. Ostrum, R. B., Tanaka, T. A. (2006). Another look at handwriting movement. *Journal of the American Society of Questioned Document Examiners*, 9(2), 57–69.
9. Stroud, K. A., Booth, D. J. (2016). *Matematyka od zera dla inżyniera*. Warszawa: Pęta.

Corresponding author

Janusz Dziechciaruk
 Sąd Okręgowy we Wrocławiu
 ul. Sądowa 1
 PL 50-046 Wrocław
 e-mail: j.dziechciaruk@vp.pl

ZNACZENIE KRZYWIZNY W BADANIACH IDENTYFIKACYJNYCH PISMA RĘCZNEGO I PODPISÓW

Wprowadzenie

Krzywizna linii graficznej jest jedną z najważniejszych i najtrudniejszych do opisu (i zmierzenia) właściwości wyróżniających grafizmu. W codziennej praktyce biegłego analizującego dokumenty z kwestionowanym piśmem ręcznym i podpisami szczególnej koncentracji wymaga jeden aspekt krzywizny, dotyczy on kształtu badanego znaku graficznego, grammy w nieczytelnym podpisie bądź też sposobu łączeń międzyliterowych (określane najczęściej jako górno- lub dolnołukowe, kątowe bądź pętlicowe). W takich przypadkach stosuje się najczęściej ocenę wizualną (czyli raczej subiektywną) charakteru badanych krzywizn. Ocena ta jest jednak mało precyzyjna i nie oddaje w sposób wystarczający całej bardzo skomplikowanej natury linii graficznej ze zmieniającymi się niemal w każdym punkcie krzywiznami, które trudno jest opisać, używając powszechnie znanych pojęć. Mówiąc obrazowo: krzywizna linii graficznej w pełni opisuje kształt tej linii; każdy badany znak graficzny bądź też dowolna gramma w nieczytelnym podpisie jest niejako „makroskopowym obrazem” zmian krzywizny w tych miejscach.

Korzystając ze wzorów matematycznych, opisu tego można dokonać w inny sposób. Krzywizna w punkcie P na linii graficznej jest miarą odchylenia tej linii (nazywanej w matematyce krzywą) od stycznej w punkcie P , innymi słowy wyraża stopień jej odchylenia od prostoliniowości. Jeżeli krzywa płaska określona jest za pomocą równania $y = f(x)$, to jej krzywiznę $C(x)$ w punkcie x oblicza się według wzoru (Stroud, Dexter, 2016):

$$C(x) = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}. \quad (1)$$

Jak wynika z powyższego wzoru (1), w rzeczywistości każda kreślona przez nas linia graficzna ma najczęściej różną krzywiznę w kolejnych swoich punktach (jedynymi figurami geometrycznymi o stałych krzywiznach są linia prosta, która ma krzywiznę równą zero w każdym punkcie i okrąg, którego krzywizna w każdym punkcie jest równa odwrotności promienia).

Badania Lee i in. (2006) miały na celu określenie poziomu trudności w naśladownictwie modelowego podpisu. Po wyselekcjonowaniu w nim 12 cech charakterystycznych wykazano, że krzywizna linii graficznej była jedną z najtrudniejszych do podrobienia.

Celem niniejszego artykułu jest analiza innego, zdaniem autora bardziej interesującego aspektu krzywizny,

a dotyczącego wzajemnego oddziaływania pomiędzy krzywizną i tempem kreślenia pisma. Wykorzystanie zasady izochronizmu (*isochrony principle*) pozwoli na wyprowadzenie wzoru matematycznego, który w ścisły sposób opisuje korelację pomiędzy tempem kreślenia i krzywizną pisma, a także da podstawy do zaproponowania ilościowej metody oceny jakości linii graficznej.

Wzajemne oddziaływanie pomiędzy tempem kreślenia i krzywizną pisma

Wzajemne oddziaływanie pomiędzy tempem kreślenia pisma a krzywizną linii graficznej obserwuje się praktycznie codziennie w trakcie procesu pisania: linie proste bądź łagodne obszerne łuki kreślone są z większą szybkością niż krótkie, bardziej zakrzywione łuki. Linie kreślone w szybkim, naturalnym tempie nigdy nie zawierają tremoru ani też nagłych kątowych załamania (Morris, 2000).

Zjawisko to znajduje także swoje potwierdzenie w zasadzie izochronizmu, która stanowi jeden z modeli kontroli motorycznej pisma ręcznego (Caligiuri, Mohammed, 2012). Zgodnie z tą zasadą tempo kreślenia wzrasta wraz z zasięgiem ruchu graficznego (a więc kiedy krzywizna wzdłuż linii maleje), przez co zarówno dłuższa linia graficzna, jak i krótsza – bardziej zakrzywiona, kreślone są w przybliżeniu w tym samym czasie. W konsekwencji czas sporządzenia np. dwóch podpisów różniących się rozmiarami jest w przybliżeniu stały. Zasada ta odnosi się zarówno do poszczególnych fragmentów pisma ręcznego (np. jednego wyrazu lub podpisu), jak również do poszczególnych liter (Mohammed, 2019). Co jest również bardzo istotne, przeprowadzone badania eksperymentalne wykazały, że zasada izochronizmu nie sprawdza się w odniesieniu do podpisów, które noszą ślady nienaturalnego kreślenia (Caligiuri, Mohammed, 2012).

W związku z powyższym interesujące wydaje się wykorzystanie zasady izochronizmu do określenia związku pomiędzy tempem a wielkością krzywizny w trakcie naturalnego kreślenia linii graficznej pisma (podpisu). W tym celu zostanie przeanalizowany najprostszy przykład dwóch liter „o”: o_1 i o_2 , w kształcie okręgów o promieniach odpowiednio R_1 i R_2 . Obie litery zostaną narysowane z dokonaniem jednego pełnego obiegu okręgu, a więc dystans takiego obiegu dla litery o_1 wyniesie $s_1 = 2\pi R_1$, a dla litery o_2 : $s_2 = 2\pi R_2$. Z elementarnych wzorów dotyczących kinematyki ruchu wynika, że

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} \text{ i } t_2 = \frac{s_2}{v_2},$$

gdzie t_1 i t_2 – czasy kreślenia o_1 i o_2 , v_1 i v_2 – tempo kreślenia o_1 i o_2 . A więc po podstawieniu:

$$t_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}, t_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}.$$

Jak wiadomo również z geometrii, każdy okrąg charakteryzuje się stałą krzywizną C równą odwrotności promienia, a więc:

$$R_1 = \frac{1}{C_1} \text{ i } R_2 = \frac{1}{C_2}.$$

Podstawiając te wielkości do powyższych wzorów:

$$t_1 = \frac{2\pi}{v_1 C_1}, t_2 = \frac{2\pi}{v_2 C_2}.$$

Zgodnie z zasadą izochronizmu (odnoszącą się również do poszczególnych liter) czas kreślenia obydwu liter: o_1 i o_2 jest w przybliżeniu stały: $t_1 \approx t_2$, a więc:

$$\frac{2\pi}{v_1 C_1} \approx \frac{2\pi}{v_2 C_2}$$

i ostatecznie po uproszczeniach: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2$.

Zatem: przy kreśleniu w sposób naturalny dwóch okręgów (litery „o”) o promieniach R_1 i R_2 w tempie odpowiednio v_1 i v_2 zostaje zachowana zależność: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2$, gdzie C_1 i C_2 – to krzywizny obydwu okręgów

$$C_1 = \frac{1}{R_1} \text{ i } C_2 = \frac{1}{R_2}.$$

Rozpatrując teraz realny przypadek, w którym kreślona linia graficzna często charakteryzuje się bardzo skomplikowanym (niemożliwym do opisanego jednym wzorem matematycznym) kształtem, linię taką jednak można podzielić na skończoną liczbę (N) małych fragmentów, z których każdy ma kształt zbliżony do okręgu. Tak więc kreśląc taką linię graficzną, można sobie wyobrazić „poruszanie się” wzdłuż kolejnych okręgów różniących się między sobą krzywiznami. A zatem zgodnie z powyższymi ustaleniami dla poszczególnych fragmentów tych okręgów (będących kolejnymi elementami rozpatrywanej linii graficznej) spełnione są następujące zależności: $v_1 C_1 \approx v_2 C_2 \approx v_3 C_3 \dots \approx v_N C_N$. Przyjmując, że liczba N małych fragmentów linii graficznej w kształcie okręgów będzie dążyć do nieskończoności, można ostatecznie zapisać:

$$v \times C \approx \text{const}, \quad (2)$$

gdzie v i C oznaczają odpowiednio: tempo kreślenia i wartość krzywizny w dowolnym punkcie linii graficznej.

Wzór (2) ściśle określa sposób korelowania tempa kreślenia (czyli właściwości odpowiadającej za dynamikę pisma) oraz krzywizny (czyli właściwości decydującej o kształcie, czyli obrazie pisma). Jak z niego wynika, tempo kreślenia i krzywizna w piśmie ręcznym i podpisach sporządzonych w sposób naturalny zmieniają się

w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie w stosunku do siebie. Innymi słowy jeśli na dowolnym fragmencie linii graficznej tempo kreślenia wzrośnie dwukrotnie, na tym samym fragmencie krzywizna pisma (w przybliżeniu) dwukrotnie zmaleje.

Taki proces wysoce zautomatyzowanej i precyzyjnej realizacji ruchów graficznych można wyjaśnić na gruncie teorii kontroli motorycznej pisma ręcznego (Caligiuri, Mohammed, 2012; Mohammed, 2019). Zgodnie z tą teorią w pełni ukształtowane i wyrobione (to jest naturalnie i swobodnie kreślone) pismo ręczne kontrolowane jest przez program motoryczny (*motor program*) usytuowany, jak się uważa, w ramach wzajemnych połączeń korowych i podkorowych struktur mózgowych. Program taki można określić jako zespół poleceń kierowanych do naszych mięśni, przy czym jego struktura jest ukształtowana i gotowa do działania jeszcze przed rozpoczęciem samego ruchu, a w związku z tym cała sekwencja ruchu nie wymaga pełnej kontroli sensorycznej ze strony układu nerwowego. Tak więc zasadniczym celem programu motorycznego jest oszczędzanie naszej energii poprzez ograniczenie niektórych funkcji układu nerwowego (w szczególności układu pamięciowego) przy wykonywaniu skomplikowanych ruchów graficznych.

Ponieważ, jak wiadomo, zasada izochronizmu stanowi jeden z modeli kontroli motorycznej, można również stwierdzić, że zależność $v \times C \approx \text{const}$ (która została wprowadzona przy wykorzystaniu tej zasady) przedstawia w matematycznej postaci realizację programu motorycznego dla grafizmu sporządzonego w sposób naturalny, a więc w trakcie kreślenia dowolnej linii graficznej w kolejnych jej punktach tempo kreślenia zmienia się (w sposób automatyczny, tj. z wyłączeniem naszej świadomości) w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do krzywizny pisma.

Skoro zatem wzór (2) stanowi niejako matematyczną formułę, zgodnie z którą realizowany jest proces kreślenia pisma ręcznego, kontrolowany przez mózg przy pomocy programu motorycznego, interesujące wydaje się rozszyfrowanie znaczenia bądź też interpretacja iloczynu $v \times C$. Jak wynika wprost ze wzoru (2), dla pisma sporządzonego w sposób swobodny, naturalny, iloczyn ten jest w przybliżeniu stały. Jednocześnie doświadczenie biegłego wskazuje na to, że pismo ręczne kreślone w sposób swobodny i naturalny charakteryzuje się stabilną jakością linii graficznej. Zasadne wydaje się zatem rozważenie kwestii, czy iloczyn $v \times C$ może być brany pod uwagę jako ilościowy (pomiarowy) wskaźnik jakości linii graficznej.

Zgodnie z definicją jakości linii graficznej przyjętą w środowisku ekspertów badań dokumentów właściwość ta jest najczęściej określana jako stopień regularności (płynności) linii graficznej, na który zasadniczy wpływ mają czynniki dynamiczne pisma, a więc tempo kreślenia oraz nacisk narzędzia pisarskiego na podłoże (Huber,

Headrick, 1999; Kelly, Lindblom, 2006). W definicji tej wyraźnie widoczny jest brak odniesienia do czynnika kształtu (krzywizny) pisma, który stanowi jeden z istotnych elementów iloczynu $v \times C$ we wzorze (2).

Należy się jednak w tym miejscu zastanowić, czy faktycznie można się zgodzić z tym, że zasadniczy wpływ na jakość linii graficznej mają jedynie czynniki dynamiczne, a więc przede wszystkim tempo kreślenia pisma. Zależność (2), która wprawdzie została wyprowadzona w sposób teoretyczny, ale punkt wyjścia stanowiła tutaj potwierdzona w sposób doświadczalny zasada izochronizmu, ściśle określa sposób oddziaływania tempa kreślenia i krzywizny pisma. Wynika z niej, jak już wcześniej wspomniano, że każda zmiana tempa kreślenia pisma pociąga za sobą odpowiednią (określoną wzorem $v \times C \approx \text{const}$) zmianę krzywizny i odwrotnie. Innymi słowy, jeśli chcemy nagle zwiększyć tempo kreślenia, musimy jednocześnie zmniejszyć zakrzywienie kreślonego łuku; i odwrotnie – jeśli przy kreśleniu dowolnej konstrukcji graficznej musimy nagle zakrzywić łuk, wiąże się to z gwałtownym zmniejszeniem tempa kreślenia.

Warto zatem jeszcze raz podkreślić, że tempo kreślenia i krzywizna to właściwości pisma, które oddziałują wzajemnie na siebie w każdym momencie kreślenia linii graficznej, a w związku z tym analizowanie ich niezależnie od siebie czyni tę analizę nie w pełni wiarygodną. Dlatego definiując jakość linii graficznej, należy koniecznie uwzględnić zarówno czynnik dynamiczny, czyli tempo kreślenia pisma, jak również związany z nim w sposób nierozłączny (poprzez nieustanne wzajemne oddziaływanie) czynnik kształtu, czyli krzywiznę pisma.

Biorąc pod uwagę powyższe rozważania, można by w tym miejscu zaproponować nieco inną definicję jakości linii graficznej, a mianowicie przedstawić ją jako miarę bieglności (płynności) pisma, będącą wynikiem wzajemnego oddziaływania tempa kreślenia i krzywizny pisma na całej długości linii graficznej. Natomiast iloczyn $v \times C$ widniejący we wzorze (2) jest w istocie ilościowym (pomiarowym) wskaźnikiem określającym poziom jakości linii graficznej. A zatem:

$$Q = v \times C, \quad (3)$$

gdzie: Q – poziom jakości linii graficznej, v – tempo kreślenia pisma, C – krzywizna linii graficznej.

Dyskusja i uwagi końcowe

Wzór (3), który można również uznać za matematyczną definicję poziomu jakości linii graficznej, daje podstawę do rozważenia możliwości przeprowadzenia badań pomiarowych tej bardzo istotnej właściwości grafizmu, którą bardzo często analizuje się pod kątem oceny bieglności, a w szczególności autentyczności (naturalności) pisma ręcznego i podpisów (Morris, 2000; Kelly,

Lindblom, 2006). Dotychczas podjęto szereg tego typu badań, koncentrowały się one jednak na pomiarach dynamicznych własności pisma (opierając się zapewne na powszechnie obowiązującej definicji jakości linii graficznej), czyli tempa kreślenia, przyspieszenia oraz nacisku narzędzia pisarskiego na podłoże (Ostrum, Tanaka, 2006; Mohammed, 2019), pomijając drugi istotny aspekt mający wpływ na jakość linii graficznej, a dotyczący pomiaru krzywizny pisma.

Wydaje się, że w praktyce najlepszym sposobem na przeprowadzenie ilościowej (pomiarowej) oceny jakości linii graficznej jest skonstruowanie funkcji $Q(t) = v \times C(t)$, która umożliwiłaby analizę wartości iloczynu $v \times C$ w trakcie kreślenia badanej linii graficznej, przy czym wartości tempa kreślenia i krzywizny byłyby mierzone w kolejnych punktach wzdłuż linii (odpowiadającym kolejnym momentom czasowym). Tego typu pomiary prowadzone są już od dłuższego czasu przy użyciu tabletów współpracujących z odpowiednio zaprogramowanym komputerem (Harralson, 2013). W badanym przypadku funkcja $Q(t)$ zostałaby zapewne wyznaczona poprzez proces interpolacji wartości iloczynu $v \times C$ obliczonych dla skończonej liczby punktów badanej linii graficznej (możliwe, że pewne wyzwanie stanowiłoby opracowanie osobnego programu komputerowego liczącego krzywiznę w poszczególnych punktach linii graficznej, na przykład w oparciu o wzór (1)).

W ten sposób skonstruowana funkcja $Q(t)$ (przedstawiająca zmienność iloczynu $v \times C$ w trakcie kreślenia linii graficznej), zastosowana do badania dowolnego fragmentu pisma ręcznego (podpisu), daje najbardziej obiektywną (bo wyrażoną w liczbach) informację o jakości linii graficznej tego pisma. Zatem jeśli na przykład wykres funkcji $Q(t)$ ma kształt zbliżony do linii poziomej, oznacza to, że fragment analizowanej próbki pisma został nakreślony ze stabilną jakością linii graficznej (a więc w sposób naturalny); jeśli zaś w omawianym wykresie funkcji $Q(t)$ występują nagle załamania, są one oznaką zaburzeń grafizmu (spowodowanych na przykład próbami maskowania, naśladownictwa bądź też określonym stanem chorobowym).

Zaproponowana powyżej idea odniesienia ilościowej oceny jakości linii graficznej do poszczególnych punktów podpisu może się wydawać przy wstępnej ocenie niezgodna z zasadą izochronizmu, która stanowiła przecież punkt wyjścia do przeprowadzonych tutaj rozważań zakończonych wyprowadzeniem wzoru (2) oraz zdefiniowaniem poziomu jakości linii graficznej (reprezentowanym przez funkcję $Q(t)$). Otóż w literaturze często można spotkać cytowane powyżej stwierdzenie, że zgodnie z zasadą izochronizmu średnie tempo kreślenia pisma wzrasta wraz z zasięgiem ruchu graficznego, a w konsekwencji czas jego sporządzenia jest w niewielkim stopniu zależny od tego zasięgu (Mohammed, 2019). Powyższa konstatacja nie zawiera jednak żadnej szcze-

głowej informacji odnośnie do sposobu, a zwłaszcza zakresu uśredniania tempa kreślenia. Istotne informacje na ten temat można uzyskać, zapoznając się z metodyką badawczą zastosowaną w trakcie prac eksperymentalnych prowadzonych w celu potwierdzenia hipotezy, że zasada izochronizmu nie sprawdza się w odniesieniu do podpisów, które noszą ślady nienaturalnego kreślenia. Zasadniczym czynnikiem, który brano wówczas pod uwagę przy ocenie stopnia, w jakim zasada izochronizmu sprawdza się w odniesieniu do badanych podpisów, był tzw. współczynnik korelacji, określający związek pomiędzy rozmiarem (amplitudą) kolejnych pojedynczych ruchów graficznych (*strokes*) i ich uśrednionym tempem kreślenia (Caligiuri, Mohammed, 2012). Tak więc zastosowany w powyższych doświadczeniach sposób uśredniania tempa kreślenia dotyczy poszczególnych ruchów graficznych (które oczywiście najczęściej różnią się długościami), co, jak się wydaje, wynikało raczej z uwarunkowań technicznych (a w szczególności konieczności efektywnej interpretacji ogromnej ilości analizowanych danych), aniżeli z usystematyzowanych, konsekwentnie prowadzonych pomiarów odnoszących się do ściśle określonych (tj. o tych samych długościach linii graficznej) fragmentów podpisu.

Warto również zauważyć, że zależność $v \times C \approx \text{const}$, która stanowiła podstawę do sformułowania matematycznej definicji poziomu jakości linii graficznej, została wprawdzie wyprowadzona z wykorzystaniem zasady izochronizmu, ale bardzo istotnym krokiem było tutaj zaproponowanie odpowiedniego modelu geometrycznego, umożliwiającego potraktowanie dowolnej rzeczywistej linii graficznej jako nieskończonego zbioru połączonych ze sobą okręgów. Otrzymana w ten sposób powyższa zależność nadaje zasadzie izochronizmu znacznie bardziej wzbogacone i interesujące znaczenie, ponieważ przedstawia ją w przejrzystej matematycznej postaci, która precyzyjnie określa sposób wzajemnego korelowania dwóch fundamentalnych właściwości grafizmu, tj. tempa kreślenia i krzywizny, a tym samym daje możliwość odniesienia ilościowej oceny jakości linii graficznej do poszczególnych punktów pisma (podpisu). Naturalnie, w trakcie ewentualnych prac eksperymentalnych mających na celu praktyczne sprawdzenie zaproponowanej tutaj metody oceny jakości linii graficznej, bardzo prawdopodobne jest zastosowanie różnych matematycznych metod uśredniania mierzonych wielkości (na przykład tempa kreślenia), będzie to jednak zapewne uwarunkowane zastosowaną metodyką badawczą, a także koniecznością dokonania skutecznej interpretacji analizowanych danych (podobnie jak w wyżej wspomnianych eksperymentach Caligiuri i Mohammeda dotyczących zasady izochronizmu).

Jeśli idzie o zastosowanie zarysowanej powyżej metody ilościowej analizy jakości linii graficznej, najbardziej oczywiste wydaje się wykorzystanie jej do badań

elektronicznych podpisów biometrycznych. Stosowane tam obecnie metody opierają się zasadniczo na analizie właściwości dynamicznych podpisów, a więc przede wszystkim tempa kreślenia i przyspieszenia, nacisku bądź częstotliwości odrywania środka pisarskiego od podłoża (Harralson, 2013). Jak wiadomo, właściwości te są często brane pod uwagę przy wykrywaniu podpisów podrobionych metodą naśladownictwa, które charakteryzują się zazwyczaj dłuższym czasem kreślenia (związanym oczywiście z wolniejszym tempem). W takich niezbyt skomplikowanych przypadkach powyższe metody w połączeniu z ogólną oceną obrazu badanego podpisu dają najczęściej zadowalające rezultaty.

Jeśli jednak mamy do czynienia z podpisami maskowanymi, a w szczególności na przykład z tak zwanym autofalszerstwem, w którym dokonano zamierzonej zmiany grafizmu, sytuacja staje się nieco bardziej skomplikowana. W takim przypadku osoba świadomie modyfikuje swój podpis dla stworzenia wrażenia, że został on sfałszowany poprzez naśladownictwo. Żeby zapewnić skuteczność próby autofalszerstwa, jej wykonawca musi posiadać odpowiednią wiedzę odnośnie do własnych cech charakterystycznych w podpisie, a następnie – w sposób świadomy zmieniać je w taki sposób, aby sprawiały one wrażenie skopiowanych przez fałszerza. Do najbardziej typowych właściwości takich podpisów należą: zmniejszone tempo kreślenia, błędy literowe bądź też pomijanie niektórych liter oraz zwiększony nacisk narzędzia pisarskiego na podłoże. Co również jest bardzo charakterystyczne – podpisy te bardzo często zawierają cechy, które są typowe zarówno dla podpisów autentycznych, maskowanych, jak i podrobionych (Mohammed, 2019). W tego typu przypadkach (uważanych powszechnie przez ekspertów do spraw badań dokumentów za jedne z najtrudniejszych do rozstrzygnięcia) istotne jest wyodrębnienie w kwestionowanym podpisie tych naturalnych elementów grafizmu, których jego wykonawca nie zdołał zamaskować. Badanie jedynie własności dynamicznych, jak już wcześniej wspomniano, nie jest w pełni wiarygodną metodą oceny jakości linii graficznej (i tym samym naturalności kreślenia). Natomiast przeprowadzona w czasie rzeczywistym analiza wzajemnego oddziaływania tempa kreślenia i krzywizny wzdłuż linii graficznej (co umożliwia funkcja $Q(t)$) może w omawianym przypadku dać gwarancję precyzyjnego rozróżnienia tych fragmentów podpisu, które zostały sporządzone w sposób naturalny, od fragmentów zaburzonych, a także oceny stopnia i rodzaju tych zaburzeń.

Bardzo istotne jest także to, że proponowana tutaj metoda badania elektronicznych podpisów nie wymaga dodatkowej analizy obrazu badanego podpisu. Jak wiadomo, fałszerz, chcąc, by jego próba podrabiania podpisu była maksymalnie skuteczna, musi podczas tej próby opanować nawyki pisarskie wykonawcy podpisu autentycznego i jednocześnie pozbyć się własnych. W prakty-

ce najczęściej staje on przed trudnym dylematem – czy wiernie oddać obraz podrabianego podpisu, poświęcając przy tym nieco tempo kreślenia, czy też próbować sporządzić podpis w możliwie naturalnym, swobodnym tempie, ale jednocześnie niedokładnie odwzorować niektóre elementy podrabianego podpisu (Kelly, Lindblom, 2006). Tak więc w tej drugiej sytuacji, gdy tempo kreślenia (a w rezultacie czas sporządzenia) podpisu sfalszowanego jest zbliżone do podpisu autentycznego, dla wypracowania prawidłowej opinii niezbędna jest dodatkowa analiza porównawcza obrazu kwestionowanego podpisu z podpisami porównawczymi. Tymczasem zastosowanie funkcji $Q(t)$ przy badaniu podpisu elektronicznego zapewnia jednoczesną analizę zarówno dynamiki podpisu (czyli tempa kreślenia), jak również jego obrazu (czyli krzywizny pisma). Tak więc cała analiza podpisu sprowadza się do oceny zaledwie jednej wielkości matematycznej, to jest iloczynu $v \times C$, zmieniającej się wzdłuż kreślonej linii graficznej. Pozostaje oczywiście kwestia „nauczenia się” takiego sposobu matematycznej (a więc pozbawionej jakichkolwiek cech subiektywności) interpretacji funkcji $Q(t)$, aby stanowiła ona skuteczne narzędzie rozróżniania grafizmów pochodzących od różnych osób.

Przedstawiona powyżej koncepcja badań pomiarowych pisma ręcznego (podpisów) może być pewnym zaskoczeniem, szczególnie dla ekspertów zajmujących się na co dzień klasycznymi badaniami identyfikacyjnymi pisma ręcznego sporządzonego na różnego rodzaju (najczęściej papierowych) podłożach. Wiadomo jednak, że podczas badania pisma ręcznego eksperta interesuje zarówno cały proces dynamiczny związany z tą czynnością, jak i ostateczny produkt widniejący w postaci zapisu na określonym podłożu. Oczywiście ekspert analizujący tzw. „statyczne” pismo ręczne jest w stanie wyciągnąć pewne wnioski odnośnie do dynamiki kreślenia (badając na przykład jakość linii graficznej, obecność elementów kątowych lub tremoru, sposób rozpoczynania i zakończenia znaków, relief pisma, bądź też rozłożenie środka kryjącego w obrębie linii graficznej), nie ma jednak możliwości precyzyjnego pomiaru tempa kreślenia zmieniającego się ustawicznie wzdłuż linii graficznej pisma. Również ekspert ten (jak już wspomniano we wstępnej części artykułu) nie jest w stanie dokładnie opisać (a właściwie obliczyć) zmieniającej się krzywizny w poszczególnych elementach graficznych analizowanego grafizmu. Widać zatem jak wiele informacji, istotnych w identyfikacji pisma ręcznego i podpisów, pozostaje niedostępnych w przypadku analizy „statycznego” grafizmu. Natomiast zastosowanie funkcji $Q(t)$ jako metody pomiarowej jakości linii graficznej przy badaniu podpisów elektronicznych daje gwarancję pełnej, matematycznej oceny grafizmu, zarówno pod kątem własności dynamicznych, jak i obrazu analizowanego podpisu.

Autor niniejszej pracy wyraża nadzieję, że przedstawione tu rozważania i uwagi w sposób przekonujący wykazały, że warunkiem dokonania istotnego postępu w dziedzinie pomiarowych badań pisma ręcznego i podpisów jest uwzględnienie w nich wzajemnego oddziaływania dwóch fundamentalnych właściwości grafizmu, tj. tempa kreślenia i krzywizny pisma.